OKUWÇYLARYŇ MATEMATIKADAN INTERNET OLIMPIADASY

OMIO – 2021

M1. Uzynlygy x deň bolan kesim berlen. Diňe sirkuly we çyzgyjy ulanyp, uzynlygy y deň bolan kesimi gurup boljakdygyny subut ediň:

a) $x = 1,\ y = \sqrt{2022}$;
b) $x = \sqrt{2022},\ y = 1$.

Awtor: *Şiraly Baýekow – S. Seýdi adyndaky Türkmen döwlet mugallymçylyk institutynyň mugallymy*

M2. Eger 2020 derejeli $P(x)$ köpagza üçin $P(k) = 1010^k + k^{1010}$ deňlik $k = 1,2,3,\dots,2021$ bolanda ýerine ýetýän bolsa, $P(2022)$-niň alyp biljek ähli bahalaryny tapyň.

Awtor: *Pirmyrat Gurbanow – Halkara ynsanperwer ylymlary we ösüş uniwersitetiniň mugallymy*

M3. Eger $f(x)$ funksiýa bütin san okunda üznüksiz we $f(-1) = 2021$ bolsa, onda islendik x üçin $f(2022x + 2021) = f(x)$ deňligi kanagatlandyrýan ähli funksiýalary tapyň.

Awtor: *Şiraly Baýekow – S. Seýdi adyndaky Türkmen döwlet mugallymçylyk institutynyň mugallymy*

M4. $A = \{1,2,3,\dots,2021,2022\}$ köplügiň "Islendik iki elementiniň jemi olaryň tapawudyna bölünmeýär" diýen şerti kanagatlandyrýan bölek köplüginiň maksimum näçe elementi bolup biler?

Awtor: *Ruslan Myratgeldiýew – S. Seýdi adyndaky Türkmen döwlet mugallymçylyk institutynyň mugallymy*

M5. Bütin san okunda üznüksiz bolan $f_1(x), f_2(x), \dots, f_{2022}(x)$ funksiýalar berlen we islendik x, y hakyky sanlar üçin $f_i(xy) = y f_i(x)$ deňlik ýerine ýetýär. Bu ýerde, $i = 1,2,3,\dots,2022$. Hasaplaň:

$$\int_{-2022}^{2022} \frac{f_1(x) + f_2(x) + \cdots + f_{2022}(x)}{f_1(x) f_2(x) \dots f_{2022}(x)}\, dx\ .$$

Awtor: *Aziz Rozybaýew – S. Seýdi adyndaky Türkmen döwlet mugallymçylyk institutynyň mugallymy*

M1. Дан отрезок длиной x. Докажите, что можно построить отрезок равно длиной y только с помошью циркуля и линейки:

a) $x = 1,\ y = \sqrt{2022}$;
b) $x = \sqrt{2022},\ y = 1$.

M2. Дано многочлен $P(x)$ 2020 степени так как $P(k) = 1010^k + k^{1010}$ равенство выполняется при $k = 1,2,3 \dots 2021$, тогда найдите всевозможные значение $P(2022)$.

M3. Если функция $f(x)$ непрерывна на $(-\infty; +\infty)$ и $f(-1) = 2021$, тогда найдите все функции, которые удовлетворяют равенству

$$f(2022x + 2021) = f(x)$$

при любом x.

M4. Дано множество $A = \{1,2,3, \dots, 2021, 2022\}$. Найти наибольшое число элементов подмножества A, которое удовлетворяет условию: сумма любых двух элементов подмножества не делится на их разность.

M5. Функции $f_1(x), f_2(x), \dots, f_{2022}(x)$ непрерывны на $(-\infty; +\infty)$ и удовлетворяет равенство $f_i(xy) = y f_i(x)$ при любом x, y. Где $i = 1,2,3, \dots, 2022$. Вычислите:

$$\int_{-2022}^{2022} \frac{f_1(x) + f_2(x) + \cdots + f_{2022}(x)}{f_1(x) f_2(x) \dots f_{2022}(x)} dx$$